

手計算で常用対数の近似値を求める。

更新日 2017/06/11

常用対数の近似値が欲しいときがある。それをすばやく計算する方法を以下に示す。

まず、素数 2, 3, 5, 7 の常用対数を求める。それから合成数の常用対数を求める。

使う近似値

$$2^{10}=1024 \div 1000 \quad \cdots (A)$$

$$3^4=9^2=81 \div 80 \quad \cdots (B)$$

$$7^2=49 \div 50 \quad \cdots (C)$$

$\log_{10} n$	計算方法
$\log_{10} 2$	(A)より $10 \log_{10} 2 = \log_{10} (2^{10}) \div \log_{10} 1000 = 3 \Rightarrow \log_{10} 2 \div 3/10 = 0.3$
$\log_{10} 3$	$\log_{10} 2$ を求めてから (B)より $4 \log_{10} 3 = \log_{10} 3^4 = \log_{10} 81 \div \log_{10} 80 = \log_{10} (2^3 \times 10) = 3 \log_{10} 2 + 1 = 1.9$ $\Rightarrow \log_{10} 3 = 1.9/4 = 0.475$
$\log_{10} 5$	$\log_{10} 2$ を求めてから $\log_{10} 5 = \log_{10} (\frac{10}{2}) = \log_{10} 10 - \log_{10} 2 = 1 - 0.3 = 0.7$
$\log_{10} 7$	(C)より $2 \log_{10} 7 = \log_{10} (7^2) \div \log_{10} 50 = \log_{10} 10 + \log_{10} 5 = 1 + 0.7 = 1.7$ $\Rightarrow \log_{10} 7 = 1.7/2 = 0.85$
$\log_{10} 4$	$\log_{10} 2$ を求めてから $\log_{10} 4 = \log_{10} (2^2) = 2 \log_{10} 2 \div 2 \times 0.3 = 0.6$
$\log_{10} 8$	$\log_{10} 2$ を求めてから $\log_{10} 8 = \log_{10} (2^3) = 3 \log_{10} 2 \div 3 \times 0.3 = 0.9$
$\log_{10} 9$	(B)より $2 \log_{10} 9 = \log_{10} (9^2) \div \log_{10} 80 = \log_{10} (8 \times 10) = \log_{10} 8 + \log_{10} 10 = 0.9 + 1 = 1.9$ $\Rightarrow \log_{10} 9 = 1.9/2 = 0.95$
$\log_{10} 6$	$\log_{10} 2$ と $\log_{10} 3$ を求めてから $\log_{10} 6 = \log_{10} (2 \times 3) = \log_{10} 2 + \log_{10} 3 \div 0.3 + 0.475 = 0.775$

近似値と真値の比較・誤差

$\log_{10} n$	近似値	真値 (少数第四ケタまで)	誤差	いずれも誤差は 0.01 未満である。
$\log_{10} 2$	0.3	0.3010	0.001	
$\log_{10} 3$	0.475	0.4771	0.0021	
$\log_{10} 4$	0.6	0.6020	0.002	
$\log_{10} 5$	0.7	0.6989	0.0011	
$\log_{10} 6$	0.775	0.7781	0.0031	
$\log_{10} 7$	0.85	0.8450	0.005	
$\log_{10} 8$	0.9	0.9030	0.003	
$\log_{10} 9$	0.95	0.9542	0.0042	

■近似的式 $\log_{10}(1+x)=0.4343 \times x$ ($|x| \ll 1$) を使う方法

この近似的式は x の絶対値が1より小さいときに精度が良い。 0.4343をヨミヨミと覚える。

$$10 \log_{10} 2 = \log_{10} 2^{10} = \log_{10} 1024 = \log_{10} (1000 + 24) = \log_{10} (1000 \times (1 + \frac{24}{1000}))$$

$$= 3 + \log_{10} (1 + \frac{24}{1000}) = 3 + \frac{0.4343 \times 24}{1000} = 3.010$$

$$\Rightarrow \log_{10} 2 = 0.3010 \quad \text{真値} 0.3010$$

$$4 \log_{10} 3 = \log_{10} 3^4 = \log_{10} 81 = \log_{10} (80 + 1) = \log_{10} 80 (1 + \frac{1}{80}) = 3 \log_{10} 2 + 1 + \log_{10} (1 + \frac{1}{80})$$

$$= 3 \times 0.301 + 1 + \frac{0.4343 \times 1}{80} = 1.90842$$

$$\Rightarrow \log_{10} 3 = 0.4771 \quad \text{真値} 0.4771$$

$$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2} = 1 - \log_{10} 2 = 1 - 0.301 = 0.6990 \quad \text{真値} 0.6989$$

$$2 \log_{10} 7 = \log_{10} 49 = \log_{10} (50 - 1) = \log_{10} 50 (1 - \frac{1}{50}) = \log_{10} 5 + 1 - 0.4343 \times (\frac{1}{50}) = 1.690314$$

$$\Rightarrow \log_{10} 7 = 0.8451 \quad \text{真値} 0.8450$$

$$\log_{10} 11 \times 9 = \log_{10} 99 = \log_{10} (100 - 1) = \log_{10} 100 (1 - \frac{1}{100}) = 2 + \log_{10} (1 - \frac{1}{100})$$

$$= 2 - 0.4343 \times (\frac{1}{100}) = 1.995657$$

$$\Rightarrow \log_{10} 11 = 1.995657 - 2 \log_{10} 3 = 1.041 \quad \text{真値} 1.041$$

$$\log_{10} 13 \times 7 = \log_{10} 91 = \log_{10} (90 + 1) = \log_{10} 90 (1 + \frac{1}{90}) = \log_{10} 9 \times 10 + \log_{10} (1 + \frac{1}{90})$$

$$= 2 \times 0.4771 + 1 + \frac{0.4343 \times 1}{90} = 1.95902$$

$$\Rightarrow \log_{10} 13 = 1.95902 - \log_{10} 7 = 1.1141 \quad \text{真値} 1.114$$

$$\log_{10} 17 \times 3 = \log_{10} 51 = \log_{10} (50 + 1) = \log_{10} 50 (1 + \frac{1}{50}) = \log_{10} 5 + 1 + \log_{10} (1 + \frac{1}{50})$$

$$= 1.699 + 0.4343 \times (\frac{1}{50}) = 1.7076$$

$$\Rightarrow \log_{10} 17 = 1.7076 - \log_{10} 3 = 1.230286 \quad \text{真値} 1.2304$$