光電効果

更新日 2017 年 8 月 1 日

エネルギー E , 運動量 p , 力 F , 時間 t , 距離 x , 光の波長 λ ,
光の速さ c , 光の振動数 v とする。
光の強さとは、波としての光が単位時間に単位面積を垂直に通過する時のエネルギーである。
これは波の振幅 A の 2 乗に比例する。

$E=hv$ を導く

光を当てられた金属から電子が飛び出す現象を光電効果という。
その実験結果について、光の限界振動数 v_0 があって次の結果となる。

(1). $v \leq v_0$ では光の強さに関係なく、光電効果は起こらない。

(2). $v > v_0$ では弱い光でも光電効果がすぐに起こる。

(3). 電子の最大運動エネルギー $\frac{1}{2}m{v_{max}}^2$ は光の強さとは関係なく v できまる。

強い光で大きなエネルギーを電子に与えれば、電子は飛び出すはずである。
しかし、(1)によるとそうならない。これは光を波として考えても理解できないことを示している。
振動数 v に関する方程式を導こう。(3)から $\frac{1}{2}m{v_{max}}^2$ は v の一次関数と仮定する。

h を傾き、 k を切片として $\frac{1}{2}m{v_{max}}^2=hv+k$ ･･･①

(1), (2)より $v=v_0$ の時、 $\frac{1}{2}m{v_{max}}^2=0$ であるから $0=hv_0+k$ ･･･②

①から②を片々引いて $\frac{1}{2}m{v_{max}}^2=h(v-v_0)$ ･･･③

両辺の単位を比較すると、 $h\times$振動数 の単位が エネルギーの単位 J に等しい。
エネルギー E として $E=hv$ ･･･(A)と書ける。

$E=cp$ を導く

$E=Fx, p=Ft$ を片々割って $\frac{E}{p}=\frac{Fx}{Ft}=\frac{x}{t}$ $\Rightarrow$ $E=\frac{x}{t}p$ ･･･④

等加速度運動の場合に④を確かめよう。速度 v 、加速度 a とすると

$v=at, x=\frac{1}{2}at^2$ より $\frac{x}{t}=\frac{1}{2}at=\frac{1}{2}v$ ④に代入して $E=\frac{1}{2}vp=\frac{1}{2}mv^2$ 確かに成り立つ。

光について④を使うと、速さは $\frac{x}{t}=c=$ 一定だから $E=cp$ ･･･(B)となる。

[別解] 特殊相対論の公式から証明することもできる。

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \cdots(2\text{-}4) \qquad p=\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \cdots(2\text{-}5)$$

(2 -5)から $v^2=\frac{p^2c^2}{p^2+m^2c^2}$ $\rightarrow$ $1-\frac{v^2}{c^2}=\frac{m^2c^2}{p^2+m^2c^2}$ ･･･(2-6)

(2-4)を変形して、 $m^2c^4=\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)E^2=\frac{m^2c^2E^2}{p^2+m^2c^2}$ $E^2=p^2c^2+m^2c^4$

光については $m=0$ より $E=pc$

$p=\frac{h}{\lambda}$ を導く

(B)に(A)を代入すると、 $h\nu=c\,p \Rightarrow p=\frac{h\nu}{c}=\frac{h\nu}{\lambda\nu}=\frac{h}{\lambda}$ $\Rightarrow$ $p=\frac{h}{\lambda}$ ・・・(C)

③を変形して $h\nu=h\nu_0+\frac{1}{2}mv_{max}^2$ ここで $W=h\nu_0$ とおくと

$h\nu=W+\frac{1}{2}mv_{max}^2$ この W を仕事関数という。

粒子性と波動性

$E=h\nu$

$p=\frac{h}{\lambda}$ この 2 つの式の左辺は粒子性についてであり、左辺は波動についてである。

光には、粒子性と波動性の2つの面がある。これを二重性とか相補性とかいう。
光には粒子としての性質があることから、これを光子(photon)または光量子という。
光の波としてのエネルギーは振幅の 2 乗に比例した。
光子一つのエネルギーは振動するだけで決まるので、振幅の 2 乗に比例するエネルギーは
単位長さ当たりの各光子のエネルギーの総和=単位当たりの波のエネルギー
になる。この意味で次の対応がある。
波動における振幅の大きさ ←→ 粒子における粒子数

量子力学では三角関数の sin や cos が波の表現となるので、
角速度= 各振動数 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$ 波数 $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ を使う。

これによって

$E=h\nu=\frac{h}{2\pi}2\pi\nu=\bar{h}\omega$ $p=\frac{h}{\lambda}=\frac{h}{2\pi}\frac{2\pi}{\lambda}=\bar{h}k$ ただし($\bar{h}=\frac{h}{2\pi}$)