速算術(＝速く計算する技術)

更新日 2017 年 5 月 11 日

◆かけ算の速算

[1]5,25 によるかけ算

[1-1] 5 によるかけ算⇒2 による割り算に変える。 $\square\times5=\dfrac{\square\times10}{2}$

(例) $47\times5=\dfrac{47\times10}{2}=235$

[1-2] 25 によるかけ算⇒4 による割り算に変える。 $\square\times25=\dfrac{\square\times100}{4}$

(例) $47\times25=\dfrac{47\times100}{4}=\dfrac{2350}{2}=1175$

[2]展開公式を使ったかけ算

[2-1] 2 つの 2 ケタの自然数の 10 位が同じで、1 位の和が 10 の場合

[10 位の数×（10 位の数＋1）] [1 位× 1 位]　　の順に右から書き並べる。

（例）62×68=4216	10 位の数×（10 位の数＋1）→	6×(6+1)=42
	1 位同士をかける→	2×8=16
	2つの結果を並べて	4216

(原理)2つの数を $10x+a$, $10x+b$ とすると $a+b=10$ より

$$(10x+a)(10x+b)=100x^2+(a+b)10x+ab=100x^2+100x+ab=100x(x+1)+ab$$

[練習問題](1) $32\times38=1216$ (2) $75^2=5625$

[2-2] 公式 $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$ の利用

（例） $48\times52=(50-2)(50+2)=2500-4=2496$

[練習問題](1) $22\times18=400-4=396$ (2) $77\times83=6400-9=6391$

[2-3] 公式 $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$ の利用

（例） $17^2=(10+7)^2=100+140+49=289$

同様に $11^2=121$　$12^2=144$　$13^2=169$　$14^2=196$

$15^2=225$　$16^2=256$　$18^2=324$　$19^2=361$

◆割り算の速算

[3] 5,25 によるわり算

[3-1] 5 によるわり算⇒2 によるかけ算に変える。 $\square\div5=\dfrac{\square\times2}{10}$

(例) $47\div5=\dfrac{47\times2}{10}=9.4$

[3-2] 25 によるわり算⇒4 によるかけ算に変える。 $\square\div25=\dfrac{\square\times4}{100}$

(例) $47\div25=\dfrac{47\times4}{100}=\dfrac{188}{100}=1.88$

[3-3] わりきれる数の判定

割る数	判定法
2	1の位の数字が偶数
3	各位の数字の和が 3 で割り切れる。 (例)9432　　9＋4＋3＋2＝18 は 3 で割り切れるので 9432 も 3 で割り切れる (証明)等比数列の和　$1+10+10^2+\cdots 10^{n-1}=\dfrac{10^n-1}{10-1}=\dfrac{10^n-1}{9}$　より　10^n-1　は 9 で割り切れる。N の各位の数字を　$a_{n-1},\cdots,a_{1,}a_0$　とすると $N=a_{n-1}10^{n-1}+a_{n-2}10^{n-2}+\cdots+a_1 10+a_0$　　$N'=a_{n-1}+\cdots+a_1+a_0$　とおくと $N-N'=a_{n-1}(10^{n-1}-1)+\cdots+a_1(10-1)+a_0$　は 9 で割り切れる。 よって N と N' の 9 によるあまりは一致する。
4	下 2 桁が4で割り切れる
5	1 の位の数字が　0　か　5
6	2 で割り切れ、かつ 3 でも割り切れる
7	$N=A\times 10+B$　の時　$A-2\times B$　が7で割り切れれば、N も 7 で割り切れる （例）4494　　　$A=449, B=4$　より　$A-2\times B=441$　もう一度繰り返すと $A-2\times B=44-2\times 1=42$　これは 7 で割り切れる。 (証明)　$A-2\times B=7m$　とすると　$A=2B+7m$ $N=10A+B=10(2B+7m)+B=21B+70m=7(3B+10m)$
8	下 3 桁が8で割り切れる
9	各位の数字の和が 9 で割り切れる (例)9432　　9＋4＋3＋2＝18 は 9 で割り切れるので 9432 も 9 で割り切れる
11	N の奇数ケタ目の数の和を A , 偶数ケタ目の数の和を B ｜A－B｜が11で割り切れるなら N も 11 で割り切れる。 (例)7194　　A=4＋1＝5 , B=9＋7＝16　⇒ |A-B｜=16-5＝11 は 11 で割り切れる。 (証明)等比数列の和　$1+100+100^2+\cdots 100^{n-1}=\dfrac{100^n-1}{100-1}=\dfrac{100^n-1}{99}$　より 100^n-1　は 11 で割り切れる。これより $10\times 100^n+1=(11-1)100^n+1=11\times 100^n-(100^n-1)$　も 11 で割り切れる。 N の各位の数字を　$a_{n-1},\cdots,a_{1,}a_0$　⇒　$N=a_{n-1}10^{n-1}+a_{n-2}10^{n-2}+\cdots+a_1 10+a_0$ $A=a_0+a_2+\cdots$　　$B=a_1+a_3+\cdots$　より $N-(A-B)$ $=a_0(1-1)+a_2(100-1)+a_4(100^2-1)\cdots+a_1(10+1)+a_3(10\times 100+1)+\cdots$ は 11 で割り切れる。よって N と(A - B)を 11 でわったあまりは一致する。
	(練習) この判定法で　304920　を割り切る数をチェック！